

# Probabilités

LEÇON N°1 :

## INITIATION AUX PROBABILITES

### Introduction :

En préambule, il convient de préciser que nous avons, avant d'entamer cette nouvelle leçon, effectué une évaluation diagnostique qui permet à la fois de fixer les idées de l'enseignant sur le niveau et les savoirs de ses élèves ainsi que d'introduire quelques-unes des nouvelles données liées aux probabilités.

### Programme :

La notion de fluctuation d'échantillonnage, essentielle en statistique, est abordée dans cette partie du programme en étudiant la variabilité d'observation d'une fréquence. Elle favorise une expérimentation de l'aléatoire. L'objectif de ce module est de faire comprendre que le hasard suit des lois et de préciser l'approche par les fréquences de la notion de probabilité initiée en classe de troisième. Après une expérimentation physique pour une taille fixée des échantillons, la simulation à l'aide du générateur de nombres aléatoires d'une calculatrice ou d'un tableur permet d'augmenter la taille des échantillons et d'observer des résultats associés à la réalisation d'un très grand nombre d'expériences.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Expérimenter, d'abord à l'aide de pièces, de dés ou d'urnes, puis à l'aide d'une simulation informatique prête à l'emploi, la prise d'échantillons aléatoires de taille $n$ fixée, extraits d'une population où la fréquence $p$ relative à un caractère est connue.  Déterminer l'étendue des fréquences de la série d'échantillons de taille $n$ obtenus par expérience ou simulation.	Tirage au hasard et avec remise de $n$ éléments dans une population où la fréquence $p$ relative à un caractère est connue.  Fluctuation d'une fréquence relative à un caractère, sur des échantillons de taille $n$ fixée.	Toutes les informations concernant l'outil de simulation sont fournies.
Évaluer la probabilité d'un événement à partir des fréquences.	Stabilisation relative des fréquences vers la probabilité de l'événement quand $n$ augmente.	La propriété de stabilisation relative des fréquences vers la probabilité est mise en évidence graphiquement à l'aide d'un outil de simulation.
Évaluer la probabilité d'un événement dans le cas d'une situation aléatoire simple.  Faire preuve d'esprit critique face à une situation aléatoire simple.		

#### ✓ **Activité 1 :**

Dans une classe, il y a 17 pulls rouges dans un lot de 54 pulls.

- 1- Calculer alors la fréquence de pulls rouges.
- 2- Quel est alors le pourcentage de pulls rouges ?

La fréquence des filles dans une classe de Bac pro Vente est de  $\frac{3}{5}$ .

- 3- Donner alors le pourcentage de filles dans cette classe.
- 4- Donner la proportion de cases noires dans cette grille sous forme d'une fréquence.

Un collège comprend 450 élèves. 60 % d'entre eux pratiquent régulièrement un sport dans un club.

- 5- Calculer le nombre d'élèves que cela représente.

#### ✓ **Activité 2 :**

Mélanie manipule avec beaucoup de précautions un verre de cristal.

Eric manipule sans précaution un verre de cristal.

**Qui risque de casser le verre de cristal ?**

**Pourquoi ?**

**En est-on certains ?**



## 1. Notion de probabilité

### Définition :

Un évènement est aléatoire ou lié au hasard lorsqu'il y a plusieurs résultats ou issues possibles et que l'on ne peut pas prévoir avec certitude quel résultat se produira.

Lorsqu'on cherche à évaluer les chances de réalisation d'un évènement, on dit qu'on évalue sa probabilité.

### ✓ **Activité 3 : Appropriation du vocabulaire**

Lors du jeu « motus » sur France 2, l'un des candidats plonge une main au hasard dans un vase qui contient 10 boules numérotées de 1 à 10.



- 1- Quelles sont les issues possibles ?
- 2- Quel est l'évènement étudié ?
- 3- Quelle est la probabilité de tirer un « 5 » ?
- 4- Quelles t est sa fréquence ?
- 5- Quel est son pourcentage ?
- 6- Quelle est la probabilité de tirer un « 2 » ?
- 7- Quelle est la probabilité de tirer un « 8 » ?
- 8- Quel qualificatif pouvez-vous donner pour expliquer les résultats obtenus aux trois questions précédentes ?

### Réponses :

- 1) Les issues possibles sont 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- 2) L'évènement est « le tirage de boules »
- 3) La probabilité de tirer un 5 est de  $1/10$ .
- 4) 0,1
- 5) 10 %
- 6) Idem 10 %
- 7) Idem 10 %
- 8) Equiprobable.

### Définition :

Lorsque toutes les issues possibles ont la même probabilité, on dit qu'elles sont équiprobables.

### ✓ **Activité 4 :**

On dispose d'une pièce bien équilibrée, sans défaut. On lance cette pièce au-dessus d'une grande table et on observe le côté qu'elle représente en retombant. Donc deux résultats seulement sont possibles : soit le côté Pile P, soit le côté Face F.

- 1- Y-a-t-il plus de chance d'obtenir un côté plus que l'autre ?
- 2- Quelles sont les chances d'obtenir Pile et les chances d'obtenir Face.
- 3- Si on lance 6 fois la même pièce, obtiendra-t-on 3 fois pile et trois fois face ?

On a lancé 4 fois cette pièce, et à chaque fois on a obtenu Face.

- 4- La cinquième fois :
  - On a plus de chance d'obtenir Pile,
  - On a plus de chance d'obtenir Face,
  - On a autant de chance d'obtenir Pile et Face,
  - On ne pourra pas obtenir Face.

## 2. Fluctuation de fréquence d'échantillonnage

### Définition :

Lorsque l'on répète  $N$  fois une expérience aléatoire, l'ensemble des résultats collectés porte le nom d'échantillons. Le nombre  $N$  porte le nom de taille de l'échantillonnage.

### ✓ Activité 5 :

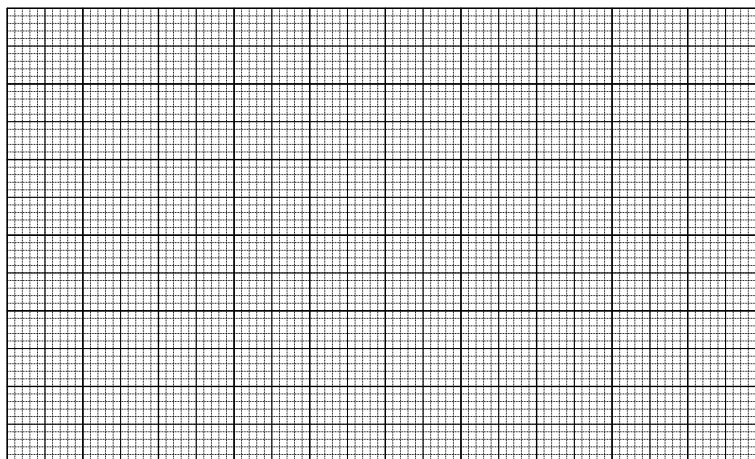
Lisa lance un Dé à jouer à 6 faces et souhaite savoir s'il est bien équilibré, c'est-à-dire si la probabilité d'apparition d'une face donnée est la même, quelle que soit la face.

Pour cela elle effectue un échantillon de 150 lancers. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

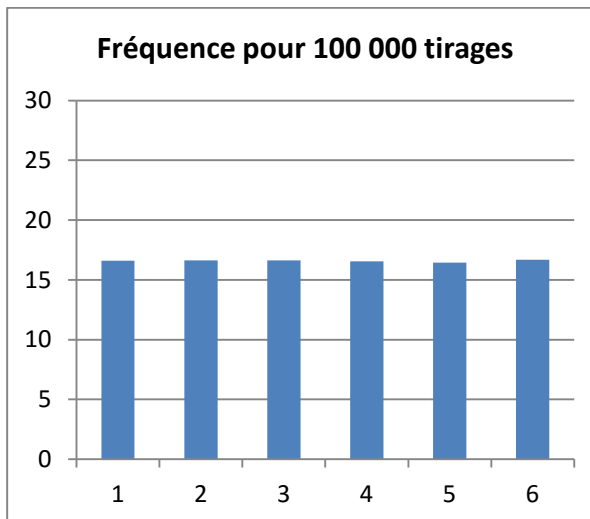
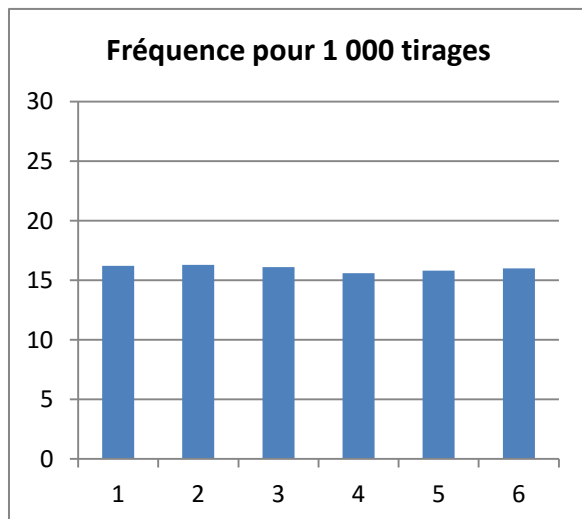
Face	1	2	3	4	5	6
Effectif	24	25	30	19	25	27
Fréquence %						



- 1) Calculer les fréquences du tableau précédent.
- 2) Représenter ces fréquences en utilisant en ordonnée 1 cm pour 5 %.
- 3) Calculer la probabilité théorique d'une face.
- 4) Comparer cette probabilité aux fréquences trouvées et donnez une explication des écarts.
- 5) Si elle répète ses 150 lancers obtiendra-t-elle les mêmes fréquences ?



Lisa, à l'aide d'un ordinateur simule des lancers sur des échantillons plus grands, les graphiques représentant les résultats obtenus par cette simulation sont ci-dessous.



- 6) A l'aide des graphiques précédents, valider ou invalider votre explication fournie à la question 4.
- 7) Quel est l'intérêt d'un grand nombre d'échantillons ?

### Propriété :

Plus la taille de l'échantillon est grande plus la fréquence de réalisation sera proche de sa probabilité.

Dans le cas de plusieurs échantillonnages successifs est de petites tailles, la fréquence de réalisation peut varier énormément, C'est ce que l'on appelle la fluctuation des fréquences (ou la fluctuation d'échantillonnage).